

通貨特性に着目した株式投資における為替ヘッジ戦略

永井裕

概要

通貨特性を用いて外国株式へ投資するときの為替ヘッジ比率を計算し、そのパフォーマンスを考察する。通貨特性とは、キャリーやモメンタム、バリュー、実質為替レート、経常収支といった為替変動の予測力を有すると思われる指標であり、この特性を使って為替ヘッジ比率を計算する。その結果、リスク回避度が小さいときはリスクが高くなっても高いリターンを得ることが最適で、リスク回避度が大きいときは高いリターンよりもリスクを低下させることが最適であることがわかった。また、為替ヘッジをしない株式ポートフォリオよりも特性を用いて為替ヘッジした方がパフォーマンスが良好であることを示した。さらに、特性パラメータを変数とした最適化手法の方がヘッジ比率を変数とした最適化手法よりも優れていることが明らかとなった。

1 はじめに

外国株式へ投資するとき為替をヘッジするかどうかは重要な問題である。例えば、ある投資家が外国株式へ投資する場合を考える。株式と為替に正の相関があると株式上昇時に為替も上昇するが、株式下落時には株式と為替の二重で損失を被ることになる。つまりハイリスク・ハイリターンとなる。一方で、株式と為替に負の相関があり、株式下落時に為替が上昇する場合はヘッジなしでもヘッジ効果が期待でき、ローリターン・ローリスクとなる。このように株式との相関や為替の変動を考慮して為替ヘッジをすべきか決定する必要がある。

為替の変動予測についてはこれまで数多くの研究が行われてきている。中でも高金利通貨をロングして低金利通貨をショートするキャリー・トレードについては多くの報告がある。キャリー・トレードは高いシャープ・レシオを有することが知られており、Burnside et al. (2008) は、キャリー・トレードが米国株式市場の 2 倍以上のシャープ・レシオに達することを示している。しかし、キャリー・トレードはマーケットが下落するときにクラッシュする傾向が知られている。つまり、高利回りの国の株式を保有し為替リスクをヘッジしない投資家は、マーケットがクラッシュするときに、株式と為替の両方で損失を被ることになる。

キャリー・トレード以外にもバリューやモメンタムに着目した通貨戦略についても多くの研究がある。モメンタムは過去相対的に上昇した通貨をロング、下落した通貨をショートする戦略である。Menkhoff et al. (2012) は、過去の上昇期間と保有期間を変えてモメンタム戦略のパフォーマンスを検証しており、過去 3 ヶ月間に相対的に上昇・下落した通貨でロング・ショートポートフォリオを作成し、1 ヶ月間保有するとシャープ・レシオが高いことを示している。また、バリューは割安な通貨をロング、割高な通貨をショートする戦略である。Menkhoff et al. (2016) は、バリュー戦略が統計的に有意な正のリターンがあることを示している。

さらに、Burnside et al. (2011b) は、キャリーとモメンタムを組み合わせることでシャープ・レシオが向上することを示している。他にも Asness et al. (2013) はバリューとモメンタムの組み合わせるとシャープ・レシオが高まることを示しており、Jorda and Taylor (2012) はキャリーおよびモメンタム、実質為替レートを組み合わせることで 2008 年頃の金融危機でも正のリターンを維持できることを示している。

上記の通貨戦略はよく研究されているが、それ以外にもエコノミストや実務家は将来の為替レート予測のために実質為替レートや経常収支のようなファンダメンタルズに注目することもあるだろう。

そこで本研究では為替変動の予測力があると思われるキャリーやモメンタム、バリュー、実質為替レート、経常収支といった特性を使って為替ヘッジ戦略を考えることにする。特性を使った為替ヘッジ比率の最適化について、筆者の知る限りでは先行研究はない。外国株式へ投資する場合の通貨のヘッジ比率を決定するとき、通貨そのものに注目して最適ヘッジ比率を求めることが多いと思われる。しかし、本研究ではキャリーやモメンタム、バリュー、実質為替レート、経常収支といった特性で最適ヘッジ比率を求めるため別の手法が必要となる。そこで Barroso and Santa-Clara (2015) が通貨ポートフォリオの構築に使用している Brandt et al. (2009) の Parametric Portfolio Policies Approach を用いる。Barroso and

Santa-Clara (2015) では通貨ポートフォリオだけに着目しており、株式ポートフォリオにおける為替ヘッジ戦略を考えている本研究とは異なる。Brandt et al. (2009) の方法では各特性に対するパラメータを変数として、期待効用最大化問題を解く。これにより特性で為替ヘッジ比率を決定でき、そのパフォーマンスを分析できる。また、パラメータをみることで投資家がリターンとリスクのどちらを選択するのか考察できる。この結果、リスク回避度が小さいときはリスクが高くなっても高いリターンを得ることが最適であり、リスク回避度が大きいときはリターンよりもリスクを低下させることが最適であることがわかった。また、為替ヘッジをしない株式ポートフォリオよりも特性を用いてヘッジ比率を決定した方が、パフォーマンスが良好であることがわかった。さらに、ヘッジ比率を直接決定する手法よりもパフォーマンスは良好である。

論文の構成は以下の通りである。第2章ではキャリーやモメンタム、バリュー、実質為替レート、経常収支といった特性について説明する。第3章ではデータについて記述する。第4章で通貨戦略のパフォーマンスを考察する。第5章では為替ヘッジ比率の計算方法について説明する。第6章では全サンプルをイン・サンプルとして分析しており、第1節ではリスク回避度による通貨戦略の違いについて議論する。第2節ではイン・サンプルで株式ポートフォリオに投資するときの為替ヘッジ戦略について、そのパフォーマンスを考察する。第7章ではアウト・オブ・サンプルで為替ヘッジ戦略のパフォーマンスを分析する。第8章に結論を述べる。

2 通貨特性

本研究では Barroso and Santa-Clara (2015) に倣って特性を計算する。具体的な定義は次の通りである。

1. $SIGN_{i,t}$: カバー付き金利平価の下ではフォワード・レートの対数とスポット・レートの対数の差分が近似的に国内外の金利差となる。^{*1}

$$\ln S_t^i - \ln F_{t,t+1}^i \approx RF^i - RF^{US} \quad (1)$$

RF^i は国 i のリスクフリーレートである。この式を用いて米ドルと外国通貨との金利差を計算し、米ドルよりも高金利の通貨は 1、低金利の通貨は -1 とする。これは Burnside et al. (2008) および Burnside et al. (2011a), Burnside et al. (2011b) で検証されたキャリー・トレード戦略である。

2. $FD_{i,t}$: 式 (1) から得られた米国との金利差をクロスセクションで標準化する。時点 t に利用可能なすべての国のクロスセクション平均 μ_{fd_t} と標準偏差 σ_{fd_t} を用いて米国との金利差を標準化する。具体的には、(標準化していない) 米国との金利差を $fd_{i,t}$ とすると、標準化された米国との金利差は $FD_{it} = (fd_{i,t} - \mu_{fd_t}) / \sigma_{fd_t}$ となる。これより、クロスセクションで標準化された変数は平均がゼロとなり、米ドルに対して中立となる。

^{*1} カバー付き金利平価 (UIP) : 時点 t で米ドル 1 単位を支払い、外国通貨を S_t で購入する。同時にフォワードレート $1/F_t$ を支払い、米ドル 1 単位を購入する先渡契約を締結する。 $1/S_t$ を外国のリスクフリーレート RF^i で運用すると時点 $t+1$ では $(1 + RF^i)/S_t$ となる。これを米ドルに換算した価値 $(1 + RF^i)F_t/S_t$ が米国で米ドル 1 単位をリスクフリーレート RF^{US} で運用した価値 $(1 + RF^{US})$ と等しくなる。よって、 $(1 + RF^i)F_t/S_t = 1 + RF^{US}$ となり、対数を取って近似すると $\ln S_t^i - \ln F_{t,t+1}^i \approx RF^i - RF^{US}$ となる。

3. $MOM_{i,t}$: 通貨のモメンタムについては、過去 3 ヶ月間の通貨上昇率を使用する。この変数についてもクロスセクションで標準化する。過去 3 カ月の通貨ポートフォリオのリターンの持続性については十分な証拠があるが、さらに長期間では有意なリターンは得られないので (Menkhoff et al. (2012) を参照)、過去 3 カ月のモメンタムを使用する。3 ヶ月のモメンタムは、Kroencke et al. (2011) でも使用されている。クロスセクションで標準化するので、全ての通貨が米ドルに対して相対的に下落しても、それほど下落していない通貨はプラスのモメンタムを持つ可能性がある。
4. $VAL_{i,t}$: 長期バリュウは、過去 5 年間の累積実質通貨下落率であり、クロスセクションで標準化する。基準期間 (g) と各時点 t との間の通貨 i の累積実質通貨上昇率を指数 $q_{i,g,t} = S_{i,t}CPI_{i,g-2}CPI_{t-2}^{US}/S_{i,g}CPI_{i,t-2}CPI_{g-2}^{US}$ として計算する。CPI が既知であることを保証するために、2 ヶ月ラグのある CPI を使用する。過去 5 年間の累積実質通貨下落率なので $g = t - 60$ である。 $q_{i,g,t}$ をクロスセクションで標準化して符号を反転させることで $VAL_{i,t}$ を得る。これは、Asness et al. (2013) や Menkhoff et al. (2016) で使用されているバリュウと同じである。バリュウは、過去 5 年間に米ドルに対する実質価値が下落した通貨に対してはプラスであり、その他の通貨に対してはマイナスである。
5. $Q_{i,t}$: 過去の平均と標準偏差によって標準化する実質為替レート。バリュウと同様に $q_{i,g,t}$ を計算する。次に、 $Q_{i,t} = (q_{i,g,t} - \bar{q}_{i,g})/\sigma_{q_{i,t}}$ を計算する。ここで、 $\bar{q}_{i,g}$ は過去の平均 $\sum_{j=g_i}^t q_{i,g,i,j}/t$ であり、 $\sigma_{q_{i,t}}$ は過去の標準偏差 $\sigma\left(\left\{q_{i,g,i,j}\right\}_{j=g_i}^t\right)$ である。実際の為替レートは単位根過程に非常に近いので、過去の標準化が必要である。クロスセクションで標準化する VAL は購買力平価を意味するが、Q は VAL とは異なりその通貨が過去と比較して割高か割安かを意味する。また Q は米ドルに対して中立ではなく、過去の基準によって全ての通貨が米ドルに対して過大評価されている場合、すべての通貨でプラスになる傾向がある。
6. $CA_{i,t}$: 国内総生産 (GDP) 比の外国の経常収支である。これもクロスセクションで標準化する。最適化の際には、ある時点において 4 ヶ月前の経常収支の情報が利用可能であると仮定する。

3 データとリターンの計算方法

対象国は MSCI World Index に含まれる 23 カ国のうち経済協力開発機構 (OECD) に加盟している 21 カ国である*2。米国、カナダ、オーストリア、ベルギー、デンマーク、フィンランド、フランス、ドイツ、アイルランド、イスラエル、イタリア、オランダ、ノルウェー、ポルトガル、スペイン、スウェーデン、スイス、英国、オーストラリア、ニュージーランド、日本が含まれる。実証分析で使用するリターンの標本期間は 1995 年 4 月から 2017 年 9 月までの 270 ヶ月である。

ここで、為替ヘッジによるリターンの計算方法について記述しておく。米国投資家の視点から、外国株式ポートフォリオへ投資するときの為替ヘッジを考える。まず、 S_t^i を時点 t における 1 外貨あたりの米ドルのスポット・レート、 $F_{t,t+1}^i$ を時点 t における 1 外貨あたりの

*2 香港とシンガポールは OECD 非加盟国である。

米ドルの（1 ヶ月）フォワード・レートとする。投資家は、時点 t において、受渡日 $t+1$ で外国通貨 i を 1 単位売り、米ドルを $F_{t,t+1}^i$ 買う先渡契約をする。次に、時点 $t+1$ において、外国通貨 i を 1 単位買い、米ドルを S_{t+1}^i 売る現物取引をすることで差金決済する。このときの決済金額は米ドル貨で $F_{t,t+1}^i - S_{t+1}^i$ となるので、リターンは以下の式で表される。

$$r_{t+1}^i = \frac{F_{t,t+1}^i - S_{t+1}^i}{S_t^i} \quad (2)$$

これは、先渡市場のみのポジションから構成されているため、ゼロ投資戦略である。為替レートのデータは Bloomberg のものである。スポット・レートは 1990 年 3 月から 2017 年 9 月までの月次データ、（1 ヶ月）フォワード・レートは 1995 年 3 月から 2017 年 9 月までの月次データを使用する。スポット・レートは特性の Q を作成するためにフォワード・レートよりも 5 年多く取得する必要がある。

その他の特性に使用するデータは次の通りである。CPI データは、OECD の主要経済指標（MEI）オンラインデータベースから得られたものである。ユーロ圏の場合、欧州中央銀行の消費者物価指数（HICP）を代わりに使用する。GDP および経常収支についても OECD のデータベースから取得する。1998 年 12 月以降はユーロ圏のデータを使用する。よって、1998 年 12 月以降はオーストリア、ベルギー、フィンランド、フランス、ドイツ、アイルランド、イタリア、オランダ、ポルトガル、スペインのデータは使用せず、対象国はユーロ圏を含む 12 カ国となる。以上は全て月次データであるが、四半期データしか取得できない場合は、翌月以降にも繰り返し利用することで月次データに変換した。

米国を含む各国の株式インデックスを等ウェイトで保有して株式ポートフォリオを作成する。つまり、各国株式の保有ウェイトは 1998 年 12 月より前であれば $1/21$ ($\approx 4.76\%$)、1998 年 12 月以降は $1/12$ ($\approx 8.33\%$) である。各国の株式インデックスは MSCI のデータを使用する。このデータは MSCI のホームページより取得できる。

4 通貨戦略のパフォーマンス

特性を用いた通貨ヘッジ戦略を考える前に、各通貨戦略のパフォーマンスを考察する。各特性を用いた通貨ポートフォリオの作成方法は次の通りである。SIGN を使ったポートフォリオは、高金利通貨を合計 100% となるように等ウェイトで保有する通貨ポートフォリオをロング、同様に作成した低金利通貨ポートフォリオをショートするものである。FD を用いた通貨ポートフォリオについては正の値の総和（標準化しているので負の値の総和の符号を反転しても同値）で各値を割ることで保有比率を計算する。その他の特性を使った通貨ポートフォリオも FD と同様に作成する。第 3 章でも述べたように、ポートフォリオのリターンは月次データから算出しており、月次でリバランスをする。

図 1 に株式ポートフォリオと各特性を用いた通貨ポートフォリオの価格推移を示す。価格は 1988 年 12 月を基準 (100) として計算する。金利差を用いた通貨戦略である SIGN や FD をみると、ほとんどの期間で堅調に推移するが、株式ポートフォリオが大きく下落するときは同時に下落する。MOM と VAL はこの期間ではわずかに上昇するが、SIGN や FD ほどのリターンは得られていない。Q と CA は他の特性に比べると変動が小さい。

表 1 に全期間の平均リターンと標準偏差、シャープ・レシオ、順位相関を示す。順位相関は株式ポートフォリオと通貨ポートフォリオの相関関係を示す。これを見ても SIGN と FD は統計的に有意なリターンを有し、株式ポートフォリオと正の相関があることがわかる。Burnside et al. (2008) は、キャリア・トレードが米国株式市場の 2 倍以上のシャープ・レシオを有することを示しており、本研究で作成した株式ポートフォリオとキャリア戦略と比較しても、キャリア・トレードが 1.3 倍以上のシャープ・レシオをもつことがわかった。

VAL については統計的に有意なリターンをもつことがわかる。Menkhoff et al. (2016) はバリューのシグナルの大きさに 4 つのポートフォリオを作成し、最もバリューシグナルが高いポートフォリオをロング、低いポートフォリオをショートしたときのパフォーマンスを示している。その結果、月率で平均リターンが 0.32%、標準偏差が 2.58%、シャープ・レシオが 0.12 となっている。本研究では平均リターンが 0.23%、標準偏差が 2.09%、シャープ・レシオが 0.11 である。統計的に正のリターンを生み出すことやシャープ・レシオは Menkhoff et al. (2016) と同じような結果である。バリューを使ったポートフォリオの作成方法や使用している通貨、期間は異なるが近い結果となった。

MOM を見ると、正の平均リターンを有するが統計的に有意ではなく、株式ポートフォリオとほとんど無相関である。Menkhoff et al. (2012) は過去 3 カ月のリターンの大きさに 6 つのポートフォリオに分けて、最もリターンの高いポートフォリオをロングし、低いポートフォリオをショートする戦略を分析している。その結果は月率で平均リターンが 0.69%、標準偏差が 2.87%、シャープ・レシオが 0.24 となっている。これは本研究の平均リターン 0.12%、標準偏差 2.29%、シャープ・レシオ 0.05 と大きく異なる結果で、特に平均リターンが統計的に有意ではなく、低い値である。この原因がどこにあるのか今後検証する必要があるようだ。

Q は平均リターンが小さく統計的に有意でない。しかし、株式ポートフォリオとは正の相関がある。CA は Q と同様に平均リターンが小さく統計的に有意でない。さらに、株式ポートフォリオと無相関であるため株式ポートフォリオの為替ヘッジ戦略にはあまり効果がないと予想される。

次に 1989 年 1 月から 2017 年 9 月までの 345 カ月を株式ポートフォリオの月次リターンで 69 カ月ずつの 5 分位に分ける。このときの各期間毎の通貨戦略の平均リターン（月率）図 2 に示す。株式ポートフォリオのリターンが低いときが 1 で、高いときが 5 である。SIGN を見ると、株価が上昇するときはリターンが大きい、株価が下落するときは負のリターンをもつ。FD も同じ傾向が見られる。この結果はマーケットがクラッシュしたときにヘッジをせずに高金利国の株式を保有している投資家は株式と為替の両方で損失を被ることを示す。また、MOM や VAL は株式下落時に正のリターンを生み出す。つまり、キャリアと組み合わせることで、マーケットがクラッシュしたときの損失を緩和することを意味しており、通貨戦略の組み合わせはクラッシュリスクを低下させると考えられる。特に、VAL については株式との相関が低く株式相場に関わらず統計的に有意な正のリターンを示しており、より有効な戦略に見える。Q にはやはり株式ポートフォリオと正の相関があることが確認できる。CA は株式相場に関わらずまちまちの結果となっており、通貨ポートフォリオのパフォーマンスへの寄与はほとんどないと思われる。以上の結果から、やはりファンダメンタルズよりも通貨自身から作成した特性の方が通貨ポートフォリオのリターンの予測力を持

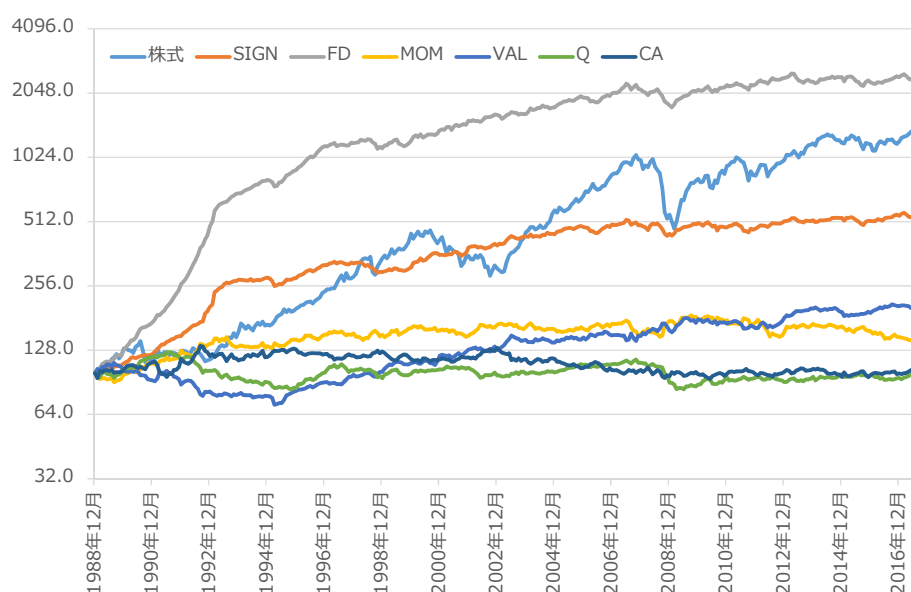


図1 株式ポートフォリオと各特性を用いた通貨ポートフォリオの価格推移。横軸は1988年12月を100として計算した価格で、底が2の対数軸である。SIGNを使ったポートフォリオは、高金利通貨を合計100%となるように等ウェイトで保有する通貨ポートフォリオをロング、同様に作成した低金利通貨ポートフォリオをショートするものである。FDを用いたポートフォリオについては正の値の総和（標準化しているので負の値の総和の符号を反転しても同値）で各値を割ることで保有比率を計算する。その他の特性を使ったポートフォリオもFDと同様に作成する。

表1 株式ポートフォリオと各特性を用いた通貨ポートフォリオの平均リターンと標準偏差、シャープ・レシオおよび株式ポートフォリオと通貨ポートフォリオの順位相関。

	株式	SIGN	FD	MOM	VAL	Q	CA
平均リターン	0.88%	0.51%	0.95%	0.12%	0.23%	0.00%	0.02%
	(3.54)	(4.90)	(7.54)	(0.96)	(2.09)	(0.05)	(0.22)
標準偏差	4.64%	1.93%	2.35%	2.29%	2.09%	1.79%	2.15
シャープ・レシオ	0.19	0.26	0.41	0.05	0.11	0.00	0.01
順位相関	-	0.24	0.23	-0.03	0.08	0.13	-0.01

平均リターンと標準偏差、シャープレシオは月率、順位相関も月次リターンから算出した値である。括弧内は平均リターンのt値である。

つと考えられる。

5 為替ヘッジ比率の計算方法

この章以降から特性を用いた株式ポートフォリオの通貨ヘッジ戦略について考える。米国投資家が複数ある外国株式インデックスに米ドル建てで投資し、先渡市場でヘッジ・ポジ

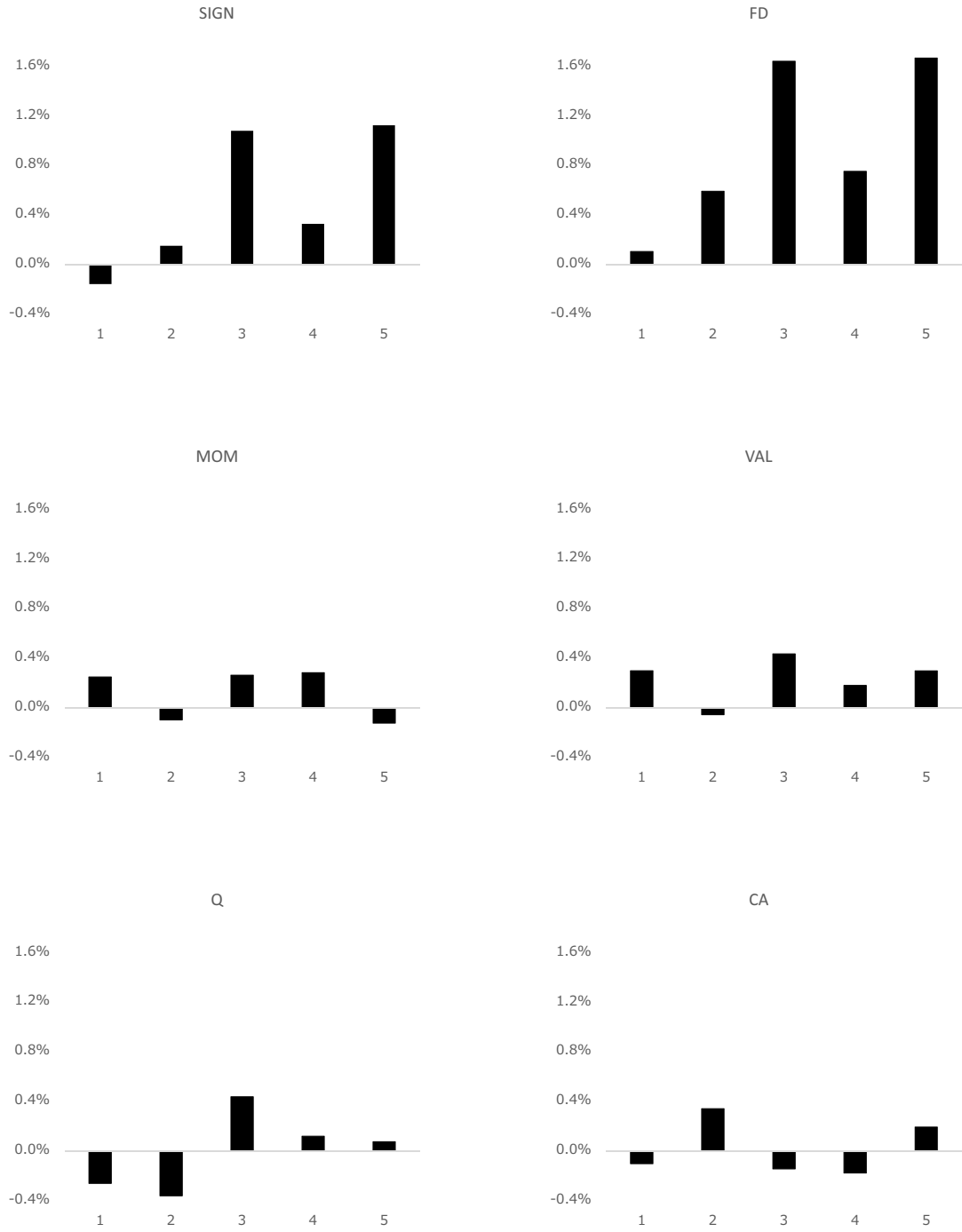


図2 1989年1月から2017年9月までの345ヵ月を株式ポートフォリオの月次リターンで69ヵ月ずつの5分位に分ける。このときの各期間毎の通貨ポートフォリオの平均リターン（月率）を示した。株式ポートフォリオのリターンが低いときが1で、高いときが5である。

ションを構成する。このとき以下の式をポートフォリオのリターンとする。

$$r_{p,t+1} = \sum_{j=1}^{M_t} w_{j,t} \left(\frac{FSI_{t+1}^j}{FSI_t^j} \frac{S_{t+1}^j}{S_t^j} - 1 \right) + \sum_{i=1}^{N_t} h_i r_{t+1}^i \quad (3)$$

ここで、 FSI_t^j は時点 t における国 j の自国通貨建ての株式インデックス、 M_t は時点 t で株式ポートフォリオに含まれる国の数、 $w_{j,t}$ は各国株式インデックスの保有ウェイトである。 N_t は時点 t でデータセット内で利用可能な通貨の数である。株式ポートフォリオに米国株式インデックスは含まれるが、米ドル建ての投資家から見るのでヘッジする通貨に米ドルは含まれない。つまり、常に $M_t = N_t + 1$ である。このポートフォリオのリターンの計算はドル建ての株式インデックスのリターンと先渡契約によるリターンの積で表されるが、近似して上記の式を使用する。

第3章でも述べたように、株式ポートフォリオは各国の株式インデックスを等ウェイトで保有して作成する。現実的な為替ヘッジ戦略を考えるために為替ヘッジ比率 h_i は0以上でその時点 $t = T$ での株式インデックスのウェイト $w_{i,T}$ を超えないものとする。株式ポートフォリオを株式インデックスの時価総額比率で作成すると、米国株式が半分以上を占めてしまい、為替ヘッジ比率 h_i の上限である $w_{i,T}$ が小さくなる。これでは為替ヘッジの効果の比較が難しいため、株式インデックスを等ウェイトで保有する。

以降の第1節では為替ヘッジ比率を変数として目的関数を最適化する方法を説明する。その後の第2節で、本研究で注目している特性を使った最適化手法について記述する。最後に、ヘッジ比率の計算をイメージしやすいように各値を数値で示す。

5.1 為替ヘッジ比率を変数とした最適化

投資家は、以下の目的関数を最大にするヘッジ比率 h_i を選ぶ。

$$\max_h E_t[U(r_{p,t+1})] \quad s.t. \ 0 \leq h_i \leq w_{i,T} \ (i = 1, 2, \dots, N_t) \quad (4)$$

効用関数として以下のベキ型効用関数を使う。

$$U(r_p) = \frac{(1 + r_p)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (5)$$

ここで、 γ は相対的リスク回避度係数（以後はリスク回避度と記述）である。効用関数に平均分散効用を用いることがあるが、その場合は2次モーメント以下の平均と分散しか考えることができない。しかし、このベキ型効用関数であれば、リターンの平均と分散だけでなく尖度と歪度に関しても考慮することができる。ヘッジ比率 h_i は時間に依存せず一定とし、Brandt et al. (2009) に倣って、期待値を過去の効用関数の平均に置き換える。

$$\max_h \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} U(r_{p,t+1}) \quad s.t. \ 0 \leq h_i \leq w_{i,T} \ (i = 1, 2, \dots, N_t) \quad (6)$$

上記の最大化問題を解き、最適なヘッジ比率 \hat{h} を求める。

$$\hat{h} = \arg \max_h \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} U \left(\sum_{j=1}^{M_t} w_{j,t} \left(\frac{FSI_{t+1}^j}{FSI_t^j} \frac{S_{t+1}^j}{S_t^j} - 1 \right) + \sum_{i=1}^{N_t} h_i r_{t+1}^i \right) \quad (7)$$

以上が通貨ヘッジ比率を変数として目的関数を最適化する方法である。

5.2 特性パラメータを変数とした最適化

次に Brandt et al. (2009) の特性を使った最適化手法を説明する。この手法は為替ヘッジ比率を変数として目的関数を最適化するのではなく、ヘッジ比率をキャリーやモメンタム、バリューなどの特性の関数で表し、最適な特性に対するパラメータを求めることで、最適なヘッジ比率を計算する。時刻 t における通貨 i のヘッジ比率は次式で表される。

$$h_{i,t} = \frac{\theta^T x_{i,t}}{N_t} \quad (8)$$

$x_{i,t}$ はキャリーやモメンタム、バリューなど特性の $k \times 1$ ベクトル、 θ は推定される $k \times 1$ パラメータベクトル、 k は特性の数である。 θ は時間に依存せず一定とする。ヘッジ比率 $h_{i,t}$ は為替ヘッジ比率を変数とした最適化の場合とは違い、標本期間で値が異なり、負の値や株式インデックスのウェイト $w_{j,t}$ を超える場合がある。そこで、より現実的なヘッジ比率にするために、負の値は 0 に、株式インデックスのウェイト $w_{j,t}$ を超える場合は $w_{j,t}$ になるようにした。式は下記の通りである。

$$h'_{i,t} = \min(w_{j,t}, \max(0, h_{i,t})) \quad (9)$$

よって、式 (3) において、式 (8) のヘッジ比率 $h_{i,t}$ の代わりに式 (9) のヘッジ比率 $h'_{i,t}$ を使ってポートフォリオ・リターンを計算する。期待効用最大化問題は以下ようになる。

$$\max_{\theta} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} U(r_{p,t+1}) \quad (10)$$

そして標本期間の期待効用関数を最大にするような最適なパラメータ $\hat{\theta}$ は下記の式のようになる。

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} U \left(\sum_{j=1}^{M_t} w_{j,t} \left(\frac{\text{FSI}_{t+1}^j}{\text{FSI}_t^j} \frac{S_{t+1}^j}{S_t^j} - 1 \right) + \sum_{i=1}^{N_t} h'_{i,t} r_{t+1}^i \right) \quad (11)$$

パラメータ $\hat{\theta}$ を使ってヘッジ比率やポートフォリオのリターンを求める場合は、式 (8)(9)(3) の順に計算する。

5.3 実際の特性とパラメータ、ヘッジ比率の値

ヘッジ比率の計算をイメージしやすいように各値を数値で示す。1995 年 4 月から 2017 年 8 月までを標本期間とする。表 2 に 2017 年 8 月の各通貨の特性の値を示す。これは第 2 章で説明した特性の値である。通貨名は EUR から JPY まで通貨コード (ISO) で表記しており、対応する国は左から順に、ユーロ、カナダ、デンマーク、イスラエル、ノルウェー、スウェーデン、スイス、英国、オーストラリア、ニュージーランド、日本である。SIGN と FD は共に米国との金利差を使った特性だが、FD はクロスセクションで標準化しているため、米国よりも金利が低くても相対的に金利が高い CAD や NOK などは正の値となる。

また、為替ヘッジ比率を変数とした最適化と特性パラメータを変数とした最適化により求めた為替ヘッジ比率を表 3 に示す。ヘッジ比率は 2017 年 9 月のリターンを計算するために

表 2 各通貨の特性の値。

	EUR	CAD	DKK	ILS	NOK	SEK	CHF	GBP	AUD	NZD	JPY
SIGN	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	1.00	1.00	-1.00
FD	-1.31	0.90	-0.64	0.05	0.51	-0.63	-0.97	-0.70	1.52	1.60	-0.32
MOM	0.42	0.99	0.42	-1.41	1.13	1.32	-0.86	-1.03	0.68	-0.76	-0.91
VAL	0.70	-0.68	0.76	1.50	-1.27	-0.06	1.45	-0.55	-0.98	0.22	-1.09
Q	0.17	-1.12	-0.17	1.32	-1.18	-0.33	-0.66	-0.50	-0.71	-0.01	-1.67
CA	0.14	-1.13	1.36	0.46	0.44	0.53	1.40	-1.48	-0.97	-1.01	0.24

2017 年 8 月の特性の値で、第 2 章で説明した方法で計算する。この特性の値と特性パラメータの値を使用して為替ヘッジ比率を算出する。通貨名は EUR から JPY まで通貨コード (ISO) で表記しており、対応する国は左から順に、ユーロ、カナダ、デンマーク、イスラエル、ノルウェー、スウェーデン、スイス、英国、オーストラリア、ニュージーランド、日本である。

使用される 2017 年 8 月の値である。右側の 6 つの列に推定された特性パラメータ $\hat{\theta}$ の値を示す。特性パラメータの欄の横線は使用していないことを意味する。最上段は為替ヘッジ比率を変数とした最適化で特性は使用しない。2 行目から 7 行目までは 1 つの特性を使用して最適化をした場合で、最下段は 6 つ全ての特性を使って最適化した場合である。なお、リスク回避度 γ は 4 で最適化を行う。ヘッジ比率は表 2 の特性の値と表 3 のパラメータの値を式 (8) に用いて計算する。

為替ヘッジ比率を変数とした最適化では制約条件付きで最適化するので、ヘッジ比率が 0 から株式インデックスのウェイト $w_{i,t} = 1/12 (\approx 8.33\%)$ 内に収まる。一方、特性パラメータを変数とした最適化では算出された為替ヘッジ比率のほとんどが負の値となるか $w_{i,t}$ を超えるため、ほとんどのヘッジ比率が 0 または 8.33% となる。また、どの特性を使用するかで為替ヘッジ比率が異なることがわかる。SIGN と FD は近い特性であるが、パラメータの符号が異なるためヘッジする通貨に違いが生じる。ただし、特性パラメータを変数とした最適化において、これは 1 時点でのヘッジ比率であり他の時点ではヘッジ比率が異なることに注意したい。

表 3 のパラメータの値をみると、特性が SIGN だけのときのパラメータは -1 で、6 つの特性を使用したときの SIGN のパラメータは -510.1 となる。SIGN だけを使ってヘッジ比率を計算するとわかるが、パラメータが -1 より小さくなっても式 (9) で抑えられるためヘッジ比率は変化しない。このように各パラメータはある値を超えるとヘッジ比率が変化しない。SIGN 以外の特性でも同様に閾値が存在する。特性パラメータの値については次章で詳しく考察する。

表3 為替ヘッジ比率を変数とした最適化および特性パラメータを変数とした最適化により求めた為替ヘッジ比率と特性パラメータ。

EUR	CAD	DKK	ILS	NOK	SEK	CHF	GBP	AUD	NZD	JPY	SIGN	FD	MOM	VAL	Q	CA
(為替ヘッジ比率を変数とした最適化)																
8.31%	8.31%	8.25%	0.00%	8.30%	8.29%	4.72%	0.00%	8.12%	5.32%	8.33%	-	-	-	-	-	-
(特性パラメータを変数とした最適化)																
8.33%	8.33%	8.33%	8.33%	8.33%	8.33%	8.33%	8.33%	0.00%	0.00%	8.33%	-1.0	-	-	-	-	-
0.00%	8.33%	0.00%	1.82%	8.33%	0.00%	0.00%	0.00%	8.33%	8.33%	0.00%	-	4.3	-	-	-	-
0.00%	0.00%	0.00%	8.33%	0.00%	0.00%	8.33%	8.33%	0.00%	8.33%	8.33%	-	-	-96.0	-	-	-
8.33%	0.00%	8.33%	8.33%	0.00%	0.00%	8.33%	0.00%	0.00%	3.74%	0.00%	-	-	-	1.9	-	-
8.33%	0.00%	0.00%	8.33%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	-	-	-	-	39.6	-
8.33%	0.00%	8.33%	8.33%	8.33%	8.33%	8.33%	0.00%	0.00%	0.00%	8.33%	-	-	-	-	-	6.1
8.33%	0.00%	8.33%	8.33%	0.00%	0.00%	8.33%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	-510.1	-187.5	-437.0	689.7	634.1	361.5

1995年4月から2017年8月までを標本期間とする。ヘッジ比率は2017年9月のリターンを計算するために使用される2017年8月の値である。通貨名はEURからJPYまで通貨コード(ISO)で表記しており、対応する国は左から順に、ユーロ、カナダ、デンマーク、イスラエル、ノルウェー、スウェーデン、スイス、英国、オーストラリア、ニュージーランド、日本である。右側の6つの列に推定された特性パラメータ $\hat{\theta}$ の値を示す。特性パラメータの欄の横線は使用していないことを意味する。最上段は為替ヘッジ比率を変数とした最適化で特性は使用しない。2行目から7行目までは1つの特性を使用して最適化をした場合で、最下段は6つ全ての特性を使って最適化した場合である。なお、リスク回避度 γ は4で最適化を行う。

6 イン・サンプルでの検証

実現可能な為替ヘッジ戦略を考える上ではアウト・オブ・サンプルでの実証が重要であるが、まずはイン・サンプルで分析を試みる。1995年4月から2017年9月までをイン・サンプルとする。

6.1 パラメータのリスク回避度への依存性

この節では全期間の効用関数の平均値を最大化するパラメータ $\hat{\theta}$ を求める。そのとき、リスク回避度 γ を変化させることで各特性のパラメータがどのように変化するかを検証する。ここでは株式ポートフォリオと1つの特性を使用してポートフォリオを作成する。つまり式(8)のパラメータ θ および通貨特性 $x_{i,t}$ はベクトルではなく、スカラーとなる。

リスク回避度を2から30まで1刻みで変化させて期待効用を最大化にするときのパラメータの符号の変化を表4に示す。例えば、SIGNのパラメータを見ると、リスク回避度が10以下のときは負の値をとるが、リスク回避度が11以上になると正の値となる。SIGNとFDのパラメータが負の値であることは、低金利通貨をヘッジすることを意味する。要するに、高金利通貨をロングし低金利通貨をショートするキャリー・トレードと同じ戦略をとることになる。第4章の表1で見たようにキャリーは正のリターンを有し株式ポートフォリオと正の相関がある。つまり、リスク回避度が小さいときはリスクが高くなっても高いリターンを得ることが最適であると考えられる。一方で、リスク回避度が大きいときはパラメータの符号が反転し、高金利通貨をヘッジする。つまり、高いリターンよりもリスクを低下させることが最適であると考えられる。

MOMはリスク回避度の大きさに関わらず負の値となっており、短期で相対的に下落している通貨をヘッジすることを示す。これも通常のパラメータ戦略と同じである。表1からわかるようにモメンタムは株式ポートフォリオと無相関なのでヘッジ比率の符号を変えてもリスクは変わらない。よって、リスク回避度に関わらず、正のリターンを得られるモメンタム戦略を選択するのだろう。

VALはリスク回避度が小さいときは正の値で長期間で割高の通貨をヘッジする。これも通常のパラメータ戦略と同じである。パリュウ戦略と株式ポートフォリオにはわずかに正の相関があるためか、リスク回避度が大きい値となるとパラメータの符号が反転する。リスク回避度によるリスクとリターンの選択傾向はキャリーの場合と一致する。

また、リスク回避度が小さいとき、Qは負の値で実質為替レートが上昇している通貨をヘッジ、CAは正の値で経常収支が大きい国の通貨をヘッジする方向である。第4章でも説明したが、QとCAの戦略は有意なリターンは得られずほとんど変動していない。したがって、QとCAのパラメータの符号に関しては選択する期間に大きく依存すると思われる。ただし、Qについては株式ポートフォリオと正の相関があるので、リスク回避度が大きくなるほど、リスクを低下させることが最適になったと思われる。

表4 リスク回避度を大きくしたときの特性パラメータの動き。

	SIGN	FD	MOM	VAL	Q	CA
リスク回避度	10 → 11	3 → 4	*	12 → 13	3 → 4	5 → 6
パラメータ符号	- → +	- → +	-	- → +	- → +	+ → -

リスク回避度を 2 から 30 まで 1 刻みで変化させて期待効用を最大化にするときのパラメータの符号の変化を表す。例えば、SIGN のパラメータについて言えば、リスク回避度が 10 以下のときは負の値であり、11 以上になると正の値となる。MOM についてはリスク回避度が大きくなっても符号は反転せずマイナスである。

6.2 イン・サンプルでの通貨ヘッジ戦略のパフォーマンス分析

ここでは Barroso and Santa-Clara(2015) に従いリスク回避度 γ を 4 に固定してヘッジ比率 \hat{h} およびパラメータ θ を推定し、各為替ヘッジ戦略のリターン分布の基本統計量を比較する。表 5 にイン・サンプルで最適化を行った結果を示す。最上段にヘッジなしの株式ポートフォリオ、その下に株式ポートフォリオに特性による通貨ヘッジ戦略を加えた結果を示す。All は 6 つの通貨特性全てを加味、All(exQ,CA) は 6 つの通貨戦略から Q,CA を除いた結果である。また、最下段はヘッジ比率を変数として最適化した場合の結果である。最大値と最小値は月次リターンの値、尖度と歪度は月次リターンの分布から計算した。平均と標準偏差、シャープ・レシオ、確実性等価は年率表記に直した。確実性等価は最大化された期待効用関数の値を式 (5) の左辺にいれ、リターン (r) について解けばよい。 r_F を確実性等価とすると、このときの関係式は以下の通りである。

$$\frac{(1 + r_F)^{1-\gamma}}{1 - \gamma} = \max \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} U(r_{p,t+1}) \quad (12)$$

ヘッジなしの株式ポートフォリオと特性として SIGN だけを用いて通貨ヘッジをした場合の確実性等価を比較すると、ヘッジなしでは 5.02% だが、SIGN によるヘッジ戦略を用いると 7.10% と、2.08% 増加する。また、シャープ・レシオも僅かではあるが、ヘッジしない場合よりも 0.13 だけ改善する。歪度はほとんど同じであるが、尖度が小さくなっており、クラッシュリスクが低下することがわかる。SIGN 以外の 1 つの特性を用いたヘッジ戦略においても同じような結果が得られる。

表 5 の ALL は 6 つの特性全てを使用して通貨ヘッジ比率を計算した結果である。これをみると、SIGN だけを使用した場合よりも確実性等価がさらに 0.59% 大きい 7.69% となる。さらに尖度も 1.46 まで低下し、クラッシュリスクも低くなる。このことから通貨ポートフォリオだけを考えた場合と同じように、株式ポートフォリオの通貨ヘッジ戦略を考えた場合も複数の特性を使用するほうがクラッシュリスクを低減できることがわかる。ただし、これらはイン・サンプルでの結果なので、為替ヘッジをしない株式ポートフォリオよりも為替ヘッジした方がパフォーマンスが良好であることは驚くべきことではない。

ALL(exQ,CA) は Q と CA を除いた特性で通貨ヘッジ比率を計算した結果である。この結果は 6 つの特性全てを使用して通貨ヘッジ比率を計算した場合とほとんど同じ結果となって

表5 イン・サンプルでの通貨ヘッジ戦略のパフォーマンス分析結果。

	最大値	最小値	平均	標準偏差	尖度	歪度	シャープ・レシオ	確実性等価
ヘッジなし	12.6%	-22.1%	11.32%	16.5%	2.41	-0.85	0.69	5.02%
(特性による通貨ヘッジ戦略)								
SIGN	11.8%	-17.9%	12.75%	15.6%	1.93	-0.87	0.82	7.10%
FD	11.9%	-16.2%	11.06%	14.5%	1.78	-0.83	0.76	6.25%
MOM	12.3%	-15.2%	11.24%	14.6%	1.58	-0.81	0.77	6.37%
VAL	12.0%	-18.1%	11.98%	15.2%	1.93	-0.84	0.79	6.61%
Q	11.6%	-14.8%	10.74%	14.1%	1.71	-0.85	0.76	6.23%
CA	11.7%	-18.7%	11.27%	15.0%	2.16	-0.90	0.75	6.08%
ALL	12.1%	-15.1%	12.71%	14.8%	1.46	-0.74	0.86	7.69%
ALL(exQ,CA)	12.2%	-17.8%	13.20%	15.4%	1.90	-0.84	0.86	7.65%
(ヘッジ比率を変数とした最適化)								
Weight opt.	11.2%	-15.5%	11.35%	13.9%	1.83	-0.91	0.81	6.88%

最大値と最小値は月次リターンの値、尖度と歪度は月次リターンの分布から算出した値である。平均と標準偏差、シャープ・レシオ、確実性等価は年率表記に直した。最上段にヘッジなしの株式ポートフォリオ、その下に株式ポートフォリオに特性による通貨ヘッジ戦略を加えた結果を示す。All は 6 つの通貨特性全てを加味、All(exQ,CA) は 6 つの通貨戦略から Q,CA を除いた結果である。また、最下段はヘッジ比率を変数として最適化した場合の結果である。

おり、ファンダメンタルズが通貨ヘッジ戦略にも寄与しないことを示す。

最後に、表 5 の最下段はヘッジ比率を変数として最適化した場合である。ヘッジ比率を変数として最適化する場合よりも複数の特性を用いて通貨ヘッジ比率を計算した方が確実性等価が高く、クラッシュリスクも低下することがわかる。ヘッジ比率を変数として最適化する場合の変数が 11 個または 20 個で、特性パラメータを変数とした最適化する場合の変数が 1 ～6 個と、特性を用いた為替ヘッジ戦略の方が使用する変数が少ない。それに関わらずパフォーマンスが良好であることは特性パラメータを変数とした最適化手法が優れていることを示す。

7 アウト・オブ・サンプルでの検証

実現可能な条件でのパフォーマンスを分析するためにアウト・オブ・サンプルを用いる。期待効用には、データの開始時点 1995 年 4 月から直近までの効用関数の平均を使用する。初めに過去 5 年分のデータを使用するので標本期間は 2000 年 4 月から 2017 年 9 月までとなる。具体的には、2000 年 4 月でのパラメータを推定するためには 1995 年 4 月から 2000 年 3 月までの 60 ヶ月間の期待効用を使用する。次の 2000 年 5 月では 1995 年 4 月から 2000 年 4 月までの 61 ヶ月間の期待効用を最大化するパラメータを推定する。これを 2017

年9月まで繰り返す。第5章で説明したように、各時点で推定されたパラメータでヘッジ比率やポートフォリオのリターンを計算できる。確実性等価については、算出されたリターンで効用関数を求め、第6章のイン・サンプルで説明した関係式を使用すればよい。

アウト・オブ・サンプルでの通貨ヘッジ戦略のパフォーマンス分析結果を表6に示す。イン・サンプルと同様に、最大値と最小値は月次リターンの値、尖度と歪度は月次リターンの分布から算出した値である。平均と標準偏差、シャープ・レシオ、確実性等価は年率表記に直した。ヘッジなしの株式ポートフォリオと特性として SIGN だけを使用した通貨ヘッジ戦略から見ると、SIGN の確実性等価はヘッジなしの 2.01% から 1.21% 増加し、3.22% となる。またシャープ・レシオも僅かだが上昇する。そして歪度に変化はほとんどなく、尖度が小さくなっており、クラッシュリスクは低下する。他の FD を除く特性を用いた為替ヘッジ戦略にも同じような傾向が見られ、ヘッジを考えるとパフォーマンスは良好であることがわかる。

ただし、FD だけは確実性等価がヘッジなしの株式ポートフォリオよりも小さい。FD のパラメータ符号を時系列で確認したところ、正負が入り混じっていることがわかった。表4で示したようにリスク回避度 $\gamma = 4$ は丁度 FD のパラメータ符号が反転するレベルであるため、時点によっては正の値になったものと思われる。その結果、パフォーマンスのよい SIGN とは反対のポジションをとることになり、パフォーマンスが悪化したと考えられる。

次に6つの特性全てを使用した通貨ヘッジ戦略をみると、シャープ・レシオと歪度はほとんど同じであるが、確実性等価と尖度が低い。これはイン・サンプルの場合とは異なり、複数の特性を使用することでクラッシュリスクが低下するどころか、上昇することを示す。これは、株式ポートフォリオの通貨ヘッジ戦略において複数の特性を組み合わせることは必ずしもクラッシュリスクを低減させることにはならないことを意味する。

Q と CA を除いた4つの特性を使用した通貨ヘッジ戦略は全ての特性を使用した場合とパフォーマンスに目立った差は確認できない。これはイン・サンプルの場合と同様に、ファンダメンタルズが寄与しないことを支持する結果である。

最後に、ヘッジ比率を変数として最適化した場合と比較する。ヘッジ比率を変数として最適化すると、特性を用いた通貨ヘッジ戦略よりもパフォーマンスが悪だけでなく、ヘッジなしの株式ポートフォリオよりもほとんどの基本統計量が悪化する。また、イン・サンプルでも述べたように、特性を用いた為替ヘッジ戦略の方がヘッジ比率を変数として最適化する場合よりも使用する変数が少ない。以上の結果から、特性パラメータを変数とした最適化手法の方がヘッジ比率を変数とした最適化手法よりも優れているのは明らかである。

8 結論

為替変動の予測力があると思われるキャリーやモメンタム、バリュー、実質為替レート、経常収支といった特性を用いて、外国株式へ投資する場合の為替ヘッジ比率の最適化を行い、そのパフォーマンスを考察した。結論は以下の通りである。

- 第一に、リスク回避度が小さいときはキャリー・トレードやバリュー戦略などと同じ戦略を選択することがわかった。つまり、リスク回避度が小さいときはリスクが高く

表6 アウト・オブ・サンプルでの通貨ヘッジ戦略のパフォーマンス分析結果。

	最大値	最小値	平均	標準偏差	尖度	歪度	シャープ・レシオ	確実性等価
ヘッジなし	12.6%	-22.1%	8.59%	17.1%	2.19	-0.76	0.50	2.01%
(特性による通貨ヘッジ戦略)								
SIGN	11.8%	-17.9%	8.83%	15.8%	1.66	-0.73	0.56	3.22%
FD	11.9%	-19.9%	6.86%	15.1%	2.43	-0.88	0.45	1.78%
MOM	12.3%	-15.2%	7.42%	14.7%	1.31	-0.70	0.50	2.67%
VAL	11.9%	-18.1%	7.80%	15.1%	1.76	-0.77	0.52	2.72%
Q	11.6%	-21.6%	7.56%	15.1%	3.24	-1.03	0.50	2.34%
CA	11.7%	-18.6%	7.81%	15.1%	1.88	-0.80	0.52	2.71%
All	12.1%	-19.7%	8.46%	15.8%	2.13	-0.83	0.53	2.80%
All (exQ,CA)	12.2%	-18.8%	8.58%	15.7%	1.89	-0.77	0.55	3.04%
(ヘッジ比率を変数とした最適化)								
Weight opt.	11.3%	-19.8%	6.76%	14.6%	2.67	-1.01	0.46	1.97%

最大値と最小値は月次リターンの値、尖度と歪度は月次リターンの分布から算出した値である。平均と標準偏差、シャープ・レシオ、確実性等価は年率表記に直した。最上段にヘッジなしの株式ポートフォリオ、その下に株式ポートフォリオに特性による通貨ヘッジ戦略を加えた結果を示す。All は 6 つの通貨特性全てを加味、All(exQ,CA) は 6 つの通貨戦略から Q,CA を除いた結果である。また、最下段はヘッジ比率を変数として最適化した場合の結果である。

なっても高いリターンを得ることが最適となる。一方で、株式ポートフォリオと正の相関があるキャリーとバリューについてはリスク回避度が大きいときは高いリターンよりもリスクを低下させることが最適である。モメンタムは株式ポートフォリオと無相関なので正のリターンを得ることが最適となる。

- 第二に、為替ヘッジをしない株式ポートフォリオよりも特性を用いて為替ヘッジした方がパフォーマンスが良好となることがわかった。特に、アウト・オブ・サンプルにおいて、SIGN を用いて為替ヘッジ比率を決定すると、確実性等価がヘッジなしの株式ポートフォリオに比べて 1.21% 増加の 3.22% となった。さらに歪度はほとんど変わらないが、尖度が低くなりクラッシュリスクが低減した。
- 第三に、特性を用いた通貨ヘッジ戦略の方がヘッジ比率を変数として最適化手法よりも概ねパフォーマンスが良かった。また、特性を用いた為替ヘッジ戦略の方が使用する変数が少ない。以上の結果から、特性パラメータを変数とした最適化手法の方がヘッジ比率を変数とした最適化手法よりも優れていることが明らかとなった。

参考文献

- Asness C. S., Moskowitz T. J. and Pedersen L.H., “Value and momentum everywhere.” *Journal of Finance*, 68 (2013) 929-985.
- Barroso P. and Santa-Clara P. “Beyond the carry trade: Optimal currency portfolios.” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 50 (2015) 1037-1056.
- Brandt M. W., Santa-Clara P. and Valkanov R. “Parametric Portfolio Policies: Exploiting Characteristics in the Cross-Section of Equity Returns.” *Review of Financial Studies*, 22 (2009) 3411-3447.
- Burnside C., Eichenbaum M., Kleshchelski I. and Rebelo S. “Do Peso Problems Explain the Returns to the Carry Trade?” *Review of Financial Studies*, 24 (2011a) 853-891.
- Burnside C., Eichenbaum M. and Rebelo S. “Carry Trade: The Gains of Diversification.” *Journal of the European Economic Association*, 6 (2008) 581-588.
- Burnside C., Eichenbaum M. and Rebelo S. “Carry Trade and Momentum in Currency Markets.” *Annual Review of Financial Economics*, 3 (2011b) 511-535.
- Jorda O. and Taylor A. M. “The Carry Trade and Fundamentals: Nothing to Fear but FEER itself.” *Journal of International Economics*, 88 (2012) 74-90.
- Kroencke T., Schindler F. and Schrimpf A. “International Diversification Benefits with Foreign Exchange Investment Styles.” CREATES Research Paper No. 2011-10 (2011).
- Menkhoff L., Sarno L., Schmeling M. and Schrimpf A. “Currency momentum strategies.” *Journal of Financial Economics*, 106 (2012) 660-684.
- Menkhoff L., Sarno L., Schmeling M. and Schrimpf A. “Currency Value.” *The Review of Financial Studies*, 30 (2016) 416-441.